

2014

STATISTICS (General)

Full Marks : 60

Time : 2½ hours

*The figures in the margin indicate full marks
for the questions*

Answer either in English or in Assamese

1. Answer the following questions : 1×7=7

তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া :

(a) What are the limits of probability?

সম্ভাৰিতাৰ সীমা কি ?

(b) If A and B are two mutually exclusive events, then

$$P(A+B) = ?$$

যদি A আৰু B দুটা পৰস্পৰান্তৰ্গ ঘটনা হয়, তেন্তে

$$P(A+B) = ?$$

(c) Define random variable.

যাদৃচ্ছিক চলকৰ সংজ্ঞা দিয়া।

(d) If X and Y are two independent random variables, then

$$\text{cov}(X, Y) = ?$$

যদি X আৰু Y দুটা স্বতন্ত্ৰ যাদৃচ্ছিক চলক হয়, তেন্তে

$$\text{cov}(X, Y) = ?$$

- (e) When binomial distribution will be symmetrical?

কেতিয়া দ্বিপদ বণ্টন প্ৰতিসম হয় ?

- (f) State any one property of Poisson distribution.

পয়চ বণ্টনৰ যি কোনো এটা ধৰ্মৰ উল্লেখ কৰা।

- (g) Under what conditions binomial distribution tends to normal distribution?

কি চৰ্ত সাপেক্ষে দ্বিপদ বণ্টন প্ৰসামান্য বণ্টনৰ কাষ চাপে ?

2. Answer the following questions : $2 \times 4 = 8$

তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া :

- (a) If A and B are any two events, then prove that

$$P(AB) \leq P(A) \leq P(A \cup B)$$

যদি A আৰু B দুটা যি কোনো ঘটনা হয়, তেন্তে প্ৰমাণ কৰা যে

$$P(AB) \leq P(A) \leq P(A \cup B)$$

- (b) For two random variables X and Y, show that

$$V(aX + bY) = a^2 V(X) + b^2 V(Y) + 2ab \text{cov}(X, Y)$$

where a and b are two constants.

4. X আৰু Y দুটা যাদৃচ্ছিক চলকৰ বাবে, দেখুওৱা যে

$$V(aX + bY) = a^2 V(X) + b^2 V(Y) + 2ab \text{cov}(X, Y)$$

য'ত a আৰু b দুটা ধ্ৰুৱক হয়।

- (c) Find the mean of Poisson distribution.

পয়চ বণ্টনৰ বাবে গড় উলিওৱা।

- (d) Show that $E(X^2) \geq (E(X))^2$.

দেখুওৱা যে $E(X^2) \geq (E(X))^2$.

3. Answer any three questions :

$5 \times 3 = 15$

যি কোনো তিনিটা প্ৰশ্নৰ উত্তৰ কৰিবা :

- (a) From a pack of 52 cards, one card is drawn at random. Find the probability that the selected card is either—

(i) spade or ace;

(ii) red or king.

52 পাত থকা তাচপাতৰ পেকেটৰ পৰা যি কোনো এখন পাত যাদৃচ্ছিক ধৰণে টানি অনা হ'ল। পাতখন—

(i) স্পেদ অথবা এছ;

(ii) ৰঙাৰঙৰ অথবা ৰজা

হোৱাৰ সম্ভাৱিতা উলিওৱা।

- (b) If A and B are two independent events, then show that—

(i) \bar{A} and \bar{B} ;

(ii) A and \bar{B}

are independent.

যদি A আৰু B দুটা স্বতন্ত্ৰ ঘটনা হয়, তেন্তে দেখুওৱা
যে—

(i) \bar{A} আৰু \bar{B} ;

(ii) A আৰু \bar{B}

স্বতন্ত্ৰ হ'ব।

(c) Find the mean and variance of binomial distribution.

দ্বিপদ বণ্টনৰ ক্ষেত্ৰত গড় আৰু প্ৰসৰণ উলিওৱা।

(d) State and prove weak law of large number.

বৃহৎ সংখ্যাৰ দুৰ্বল নিয়মটো উল্লেখ কৰি প্ৰমাণ কৰা।

(e) If $X_1 \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$ and $X_2 \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$, then find the distribution of $Y = 2X_1 + 5X_2$, where X_1 and X_2 are independent random variables.

যদি $X_1 \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$ আৰু $X_2 \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$ হয়, তেন্তে $Y = 2X_1 + 5X_2$ চলকৰ বণ্টনটো নিৰ্ণয় কৰা।
য'ত X_1 আৰু X_2 দুটা স্বতন্ত্ৰ যাদৃচ্ছিক চলক।

(f) Prove that $\beta_2 = \mu_4 / \mu_2^2 > 1$.

প্ৰমাণ কৰা যে $\beta_2 = \mu_4 / \mu_2^2 > 1$.

4. Answer any three questions : 10×3=30

যি কোনো তিনিটা প্ৰশ্নৰ উত্তৰ কৰিব।

(a) (i) For any two events, A and B (not independent), prove that

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B/A), \quad P(A) > 0 \quad 5$$

A আৰু B যি কোনো দুটা ঘটনাৰ বাবে (স্বতন্ত্ৰ নহয়), প্ৰমাণ কৰা যে

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B/A), \quad P(A) > 0$$

(ii) Two dice are rolled. Find the probability of the event that the sum of numbers on two dice is 8, given that both the dice show an even number. 5

দুটা লুডুগুটি ওপৰলৈ নিক্ষেপ কৰা হ'ল। সিহঁতৰ পৰা পোৱা সংখ্যা দুটাৰ যোগফল 8 হোৱাৰ সম্ভাৱিতা উলিওৱা, যদিহে সংখ্যা দুটা যুগ্ম হয়।

(b) (i) State and prove addition theorem of expectation. 4

প্ৰত্যাশাৰ যোগৰ উপপাদ্য উল্লেখ আৰু প্ৰমাণ কৰা।

(ii) Explain Chebyshev's lemma. 3

চেৰাইচেফৰ প্ৰমেয়িকা ব্যাখ্যা কৰা।

(iii) Four coins are tossed together. Find the expectation of the number of heads. 3

চাৰিটা মুদ্ৰা ওপৰলৈ নিক্ষেপ কৰা হ'ল। সিহঁতৰ পৰা মুন্ড পোৱাৰ প্ৰত্যাশা উলিওৱা।

- (c) (i) State central limit theorem. 3
কেন্দ্রীকৃত সীমার উপপাদ্য উল্লেখ কৰা।
- (ii) Derive the probability function of binomial distribution and state its uses. 7
দ্বিপদ বণ্টনৰ সম্ভাৱিতা ফলন নিৰ্ণয় কৰা আৰু ইয়াৰ ব্যৱহাৰ উল্লেখ কৰা।
- (d) (i) Explain the chief characteristics of normal distribution. 6
প্ৰসামান্য বণ্টনৰ মুখ্য লক্ষণবিলাকৰ ব্যাখ্যা কৰা।
- (ii) If $X \sim N(\mu = 50, \sigma = 10)$, then find $P(X \geq 60)$ and $P(40 \leq X \leq 80)$ 4
যদি $X \sim N(\mu = 50, \sigma = 10)$, তেন্তে উলিওৱা
 $P(X \geq 60)$ আৰু $P(40 \leq X \leq 80)$
- (e) (i) If X and Y are two independent random variables, then prove that $\text{cov}(X, Y) = 0$ 2
যদি X আৰু Y দুটা স্বতন্ত্ৰ যাদৃচ্ছিক চলক হয়, তেন্তে প্ৰমাণ কৰা যে
 $\text{cov}(X, Y) = 0$
- (ii) For Poisson distribution, show that mean = variance 2
পয়চ বণ্টনৰ ক্ষেত্ৰত দেখুওৱা যে
গড় = প্ৰসৰণ

- (iii) If $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, then find the median of X . 3
যদি $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, তেন্তে X ৰ মধ্যমা নিৰ্ণয় কৰা।
- (iv) n dice are thrown. Find the expectation of the product of numbers on them. 3
 n টা লুডুগুটি নিক্ষেপ কৰা হ'ল। সিহঁতৰ পৰা পোৱা সংখ্যাবিলাকৰ পূৰণৰ ক্ষেত্ৰত প্ৰত্যাশা উলিওৱা।
- (f) (i) Define mathematical and statistical definition of probability and give one limitation of each. 5
সম্ভাৱিতাৰ গাণিতিক আৰু পৰিসংখ্যিক সংজ্ঞা দিয়া আৰু প্ৰত্যেকৰে এটা সীমাবদ্ধতা উল্লেখ কৰা।
- (ii) Define mathematical expectation of a random variable. A coin is tossed until a head appears. Find the mathematical expectation of number of trials. 5
যাদৃচ্ছিক চলকৰ গাণিতিক প্ৰত্যাশাৰ সংজ্ঞা দিয়া। এটা মুদ্ৰা মুণ্ড নোপোৱালৈকে নিক্ষেপ কৰা হ'ল। মুঠ পৰীক্ষাৰ গাণিতিক প্ৰত্যাশা নিৰ্ণয় কৰা।
