Total number of printed pages–11

1 (Sem–1) PHY

2024

PHYSICS

Paper : PHY0100104

(Mathematical Physics and Mechanics)

Full Marks : 45

Time : 2 hours

The figures in the margin indicate full marks for the questions.

Answer ***either*** *in English* ***or*** *in Assamese.*

1. Answer the following questions : 1×5=5

তলত দিয়া প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া ঃ

(a) What is Coriolis force?

কৰিয়োলিছ্ বল কি?

(b) If $\vec{\nabla} \times \vec{F} = 0$, then $\vec{F}$ is called _______ vector.

যদি $\vec{\nabla} \times \vec{F} = 0$ হয়, তেনেহলে $\vec{F}$ ক _______ ভেক্টৰ কোৱা হয়।

Contd.

(c) Write the mathematical expression of Gauss divergence theorem.

গাউছৰ অপসৰণ উপপাদ্যটোৰ গাণিতিক প্ৰকাশক ৰাশিটো লিখা।

(d) State Keplar's third law of planetary motion.

গ্ৰহৰ গতি সম্পৰ্কীয় কেপলাৰৰ তৃতীয় সূত্ৰটো লিখা।

(e) Write the relation between torque and angular momentum.

টৰ্ক আৰু কৌণিক ভৰবেগৰ মাজৰ সম্পৰ্কেটো লিখা।

2. Answer ***any five*** questions from the following : 2×5=10

তলৰ *যিকোনো পাঁচটা* প্ৰশ্নৰ উত্তৰ দিয়া ঃ

(a) If $\vec{A} = xz^3\hat{i} - 2x^2yz\hat{j} + 2yz^4\hat{k}$, find $\vec{\nabla} \times \vec{A}$ at the point $(1, -1, 1)$.

যদি $\vec{A} = xz^3\hat{i} - 2x^2yz\hat{j} + 2yz^4\hat{k}$ হয় তেন্তে $(1, -1, 1)$ বিন্দুত $\vec{\nabla} \times \vec{A}$ ৰ মান উলিওৱা।

(b) Define Dirac delta function. Write its shifting property.

ডিৰাক ডেল্টা ফলনৰ সংজ্ঞা দিয়া। ইয়াৰ সলনি কৰা ধৰ্মটো লিখা।

(c) Express $\vec{\nabla}\phi$ in spherical polar co-ordinate.

গোলকীয় মেৰু স্থানাংকত $\vec{\nabla}\phi$ ৰ মান উলিওৱা।

(d) The rotational kinetic energy of a particle is 10 joule and moment of inertia is $8\,g\,m\text{-}cm^2$. Calculate the angular momentum of the particle.

এটা কণাৰ ঘূৰ্ণন গতিশক্তি 10 জুল আৰু জড় ভ্ৰামক 8 *গ্ৰাম-ছে.মি.*^{2}। কণাটোৰ কৌণিক ভৰবেগ নিৰ্ণয় কৰা।

(e) Distinguish between elastic and inelastic collision.

স্থিতিস্থাপক আৰু অস্থিতিস্থাপক সংঘাতৰ পাৰ্থক্য লিখা।

(f) A simple harmonic motion is represented by $y = 5\sin(2\pi t + 30°)\,cm$.

Find (i) Amplitude

(ii) Frequency

(iii) Initial phase

(iv) Displacement at $t = 2\ sec$

$y = 5\sin(2\pi t + 30°)\,cm$ ৰ দ্বাৰা সৰল পৰ্য্যাবৃত্ত গতিক বুজোৱা হৈছে।

নিৰ্ণয় কৰা (i) বিস্তাৰ

(ii) কম্পনাংক

(iii) প্ৰাৰম্ভিক দশা

(iv) $t = 2sec$ত সৰণ

(g) A wire of length $2m$ and diameter $1mm$ is clamped at one end. Find the couple needed to twist the other end by $90°$. Given, $\eta = 2{\cdot}8 \times 10^{11}\,dyne/cm^2$.

2 মিটাৰ দৈৰ্ঘ্য আৰু 1 মি.মি. ব্যাসৰ তাঁৰ এডালৰ এটা মূৰ বান্ধি থোৱা আছে। আনটো মূৰ 90° পকাবলৈ কিমান পৰিমাণৰ বলযুগ্মৰ প্ৰয়োজন হ'ব নিৰ্ণয় কৰা।

দিয়া আছে, $\eta = 2{\cdot}8 \times 10^{11}$ ডাইন/ ছে.মি.^{2}

(h) Estimate whether the following force is conservative or not ?

$$\vec{F} = \frac{\alpha}{a^4}x\hat{i} + \frac{\alpha}{r^4}y\hat{j} + \frac{\alpha}{r^4}z\hat{k}.$$

$\vec{F} = \frac{\alpha}{a^4}x\hat{i} + \frac{\alpha}{r^4}y\hat{j} + \frac{\alpha}{r^4}z\hat{k}$ বলটো সংৰক্ষিত হয় নে নহয় বিচাৰ কৰা।

(i) Calculate Poisson's ratio for silver. Given, Young's modulus for silver is $7{\cdot}25 \times 10^{10}\,N/m^2$ and bulk modulus is $11 \times 10^{10}\,N/m^2$.

ছিলভাৰৰ পয়চনৰ অনুপাত নিৰ্ণয় কৰা। দিয়া আছে, ছিলভাৰৰ ইংগুৰ গুণাংক $7{\cdot}25 \times 10^{10}\,N/m^2$ আৰু আয়তন গুণাংক $11 \times 10^{10}\,N/m^2$।

(j) Write Poiseuille's equation for a liquid flowing through a narrow tube and also state its corrected form.

ঠেক নলী এটাৰে প্ৰৱাহিত হোৱা তৰলৰ পয়ছেলীৰ সমীকৰণটো লিখা লগতে ইয়াৰ সংশোধনী সমীকৰণটোও উল্লেখ কৰা।

3. Answer ***any four*** of the following questions : 5×4=20

তলৰ ***যিকোনো চাৰিটা*** প্ৰশ্নৰ উত্তৰ দিয়া ঃ

(a) If $\phi(x, y, z) = 3x^2y - y^3z^2$ by any scalar function, find out ;

(i) grad ϕ at point $(1, 2, 2)$;

(ii) unit vector $\hat{e}$ perpendicular to surface. 3+2=5

যদি $\phi(x, y, z) = 3x^2y - y^3z^2$ এটা স্কেলাৰ ফলন হয় তেন্তে, নিৰ্ণয় কৰা—

(i) $(1, 2, 2)$ বিন্দুত grad ϕ ;

(ii) পৃষ্ঠৰ লম্ব হোৱা একক ভেক্টৰ $\hat{e}$ ।

(b) Establish that centrifugal force produced as a result of earth's rotation is $\vec{F} = -m\vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r})$, where the symbols have their usual meanings.

পৃথিৱীৰ ঘূৰ্ণনৰ ফলত উৎপন্ন হোৱা অপকেন্দ্ৰীক বল $\vec{F} = -m\vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r})$ প্ৰতিষ্ঠা কৰা। ইয়াত ব্যৱহাৰ কৰা চিহ্নবোৰে সচৰাচৰ ব্যৱহাৰ কৰা অৰ্থ বুজাইছে।

(c) Write the transformation relation between Cartesian (x, y, z) and spherical polar co-ordinates (γ, θ, ϕ). Express $\vec{\nabla}\cdot\vec{A}$ in spherical polar co-ordinate. 2+3=5

কাৰ্টেছীয় স্থানাংক (x, y, z) আৰু গোলকীয় মেৰু স্থানাংক (γ, θ, ϕ) ৰ মাজৰ ৰূপান্তৰণ সম্বন্ধ লিখা। গোলকীয় মেৰু স্থানাংকত $\vec{\nabla}\cdot\vec{A}$ প্ৰকাশ কৰা।

(d) What do you understand by moment of inertia of a body? On which factor it depends? Explain the concept of radius of gyration. 1+2+2=5

এটা বস্তুৰ জড়ভ্ৰামক বুলিলে কি বুজা? ইয়াৰ মান কি কি কাৰকৰ ওপৰত নিৰ্ভৰ কৰে? ঘূৰ্ণন ব্যাসাৰ্দ্ধৰ ধাৰণাটো ব্যাখ্যা কৰা।

(e) What is inelastic collision? Show that in case of inelastic collision of two bodies there is always loss of kinetic energy. 1+4=5

অস্থিতিস্থাপক সংঘাত কি? দেখুওৱা যে দুটা বস্তুৰ মাজত হোৱা অস্থিতিস্থাপক সংঘাতত সদায় গতিশক্তি হ্ৰাস হয়।

(f) Show that the function

$$\delta(x) = \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{\sin(2\pi \in x)}{\pi x}$$ is a Dirac delta function.

দেখুওৱা যে

$$\delta(x) = \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{\sin(2\pi \in x)}{\pi x}$$ ফলনটো ডিৰাক ডেল্টা ফলন।

(g) Write the differential equation of SHM and find its solution.

সৰল দোলগতিৰ সমীকৰণটো লিখি ইয়াৰ সমাধান উলিওৱা।

(h) What is non-inertial frame of reference? Deduce an expression of acceleration in rotating non-inertial frame. 1+4=5

অজড় প্ৰসংগ প্ৰণালী কি? ঘূৰ্ণীয়মান অজড় প্ৰসংগ প্ৰণালীত ত্বৰণৰ প্ৰকাশ ৰাশি প্ৰতিষ্ঠা কৰা।

4. Answer ***any one*** of the following questions: 10

তলৰ *যিকোনো এটা* প্ৰশ্নৰ উত্তৰ দিয়া ঃ

(a) Prove the following vector identities: 3+2+5=10

তলৰ ভেক্টৰ সম্বন্ধ কেইটা প্ৰমাণ কৰা ঃ

(i) $div\ curl\ \vec{A} = 0$

(ii) $div\ grad\ \phi = \nabla^2 \phi$

(iii) $curl\ curl\ \vec{A} = grad\ div\ \vec{A} - \nabla^2 \vec{A}$

(b) (i) Find the expression of moment of inertia of a solid cylinder about an axis passing through its centre and perpendicular to its own axis. 7

গোটা চুঙা এটাৰ কেন্দ্ৰৰ মাজেৰে যোৱা আৰু তাৰ নিজ অক্ষৰ লম্ব হোৱা অক্ষ সাপেক্ষে জড় ভ্ৰামকৰ প্ৰকাশ ৰাশি উলিওৱা।

(ii) Calculate the moment of inertia of a circular disc of radius 20 *cm*, width 12 *cm* and density 9 gm/cm^3 about an axis passing through its centre and perpendicular to its plane. 3

20 *ছে.মি.* ব্যাসাৰ্দ্ধ, 12 *ছে.মি.* বেধ আৰু 9 *গ্ৰাম/ ছে.মি.*^{3} ঘনত্বৰ বৃত্তাকাৰ কাহী এখনৰ কেন্দ্ৰৰ মাজেদি যোৱা আৰু পৃষ্ঠতলৰ লম্ব হোৱা অক্ষ সাপেক্ষে জড় ভ্ৰামক গণনা কৰা।

(c) What is cantilever? Deduce an expression for depression of a cantilever fixed at one end and loaded at the other end with a load *W*. 2+8=10

কেন্টিলিভাৰ কি? এটা প্ৰান্ত স্থিৰ আৰু আনটো প্ৰান্তত *W* ভাৰ দিলে কেন্টিলিভাৰটোৰ মুক্ত প্ৰান্তত হোৱা অৱনমনৰ প্ৰকাশৰাশিটো উলিওৱা।

(d) (i) Show that under central force $\vec{F} = \vec{F}\hat{r}$ the angular momentum is conserved.

দেখুওৱা যে কেন্দ্ৰীয় বল $\vec{F} = \vec{F}\hat{r}$ ৰ অধীনত কৌণিক ভৰবেগ সংৰক্ষিত হয়।

(ii) Define curvilinear co-ordinate system. When is it called orthogonal? What is tangent vector in this co-ordinate? 3+1+1=5

বক্ৰৰেখী স্থানাংক পদ্ধতিৰ সংজ্ঞা দিয়া। ইয়াক কেতিয়া লাম্বিক বোলা হয়? এই স্থানাংক পদ্ধতিত স্পৰ্শীয় ভেক্টৰ কি?